

# Midiendo y Caracterizando el Comportamiento de la Brecha del Producto en Bolivia, Colombia, Ecuador y Perú

Leandro G. Andrián  
Leopoldo Avellán

Departamento de Países del  
Grupo Andino

NOTA TÉCNICA N°  
IDB-TN-1231

# Midiendo y Caracterizando el Comportamiento de la Brecha del Producto en Bolivia, Colombia, Ecuador y Perú

Leandro G. Andrián  
Leopoldo Avellán

Diciembre 2016

Catalogación en la fuente proporcionada por la  
Biblioteca Felipe Herrera del  
Banco Interamericano de Desarrollo

Midiendo y caracterizando el comportamiento de la brecha del producto en Bolivia,  
Colombia, Ecuador y Perú / Leandro Andrián, Leopoldo Avellán.

p. cm. — (Nota técnica del BID ; 1231)

Incluye referencias bibliográficas.

1. Input-output analysis-Bolivia. 2. Input-output analysis-Colombia. 3. Input-output  
analysis-Ecuador. 4. Input-output analysis-Peru. 5. Monetary policy-Bolivia. 6.  
Monetary policy-Colombia. 7. Monetary policy-Ecuador. 8. Monetary policy-Peru. I.  
Avellán, Leopoldo. II. Banco Interamericano de Desarrollo. Departamento de Países  
del Grupo Andino. III. Título. IV. Serie.  
IDB-TN-1231

<http://www.iadb.org>

Copyright © 2016 Banco Interamericano de Desarrollo. Esta obra se encuentra sujeta a una licencia Creative Commons IGO 3.0 Reconocimiento-NoComercial-SinObrasDerivadas (CC-IGO 3.0 BY-NC-ND) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/igo/legalcode>) y puede ser reproducida para cualquier uso no-comercial otorgando el reconocimiento respectivo al BID. No se permiten obras derivadas.

Cualquier disputa relacionada con el uso de las obras del BID que no pueda resolverse amistosamente se someterá a arbitraje de conformidad con las reglas de la CNUDMI (UNCITRAL). El uso del nombre del BID para cualquier fin distinto al reconocimiento respectivo y el uso del logotipo del BID, no están autorizados por esta licencia CC-IGO y requieren de un acuerdo de licencia adicional.

Note que el enlace URL incluye términos y condiciones adicionales de esta licencia.

Las opiniones expresadas en esta publicación son de los autores y no necesariamente reflejan el punto de vista del Banco Interamericano de Desarrollo, de su Directorio Ejecutivo ni de los países que representa.



1300 New York Avenue, NW Washington DC. 20577

Leandro Andrián, [landrian@iadb.org](mailto:landrian@iadb.org) | Leopoldo Avellán, [leopoldoa@iadb.org](mailto:leopoldoa@iadb.org)

# Midiendo y Caracterizando el Comportamiento de la Brecha del Producto en Bolivia, Colombia, Ecuador y Perú

Leandro G. Andrián y Leopoldo Avellán<sup>1</sup>

## Resumen

El producto potencial y la brecha del producto son conceptos comúnmente utilizados para informar el ejercicio de las políticas monetaria y fiscal, así como para el análisis del desempeño del sistema financiero. Al ser una variable no observable, no existe consenso sobre cuál es la mejor metodología para estimar el producto potencial. Este trabajo estima la brecha del producto para cuatro países andinos a través de varios métodos comúnmente utilizados en la literatura. Se encuentra que existe una alta correlación del componente cíclico entre los distintos métodos, y la autocorrelación resultante sugiere que toma al menos un año reducir la brecha del producto en un 50%. A su vez, se analizan las características de los ciclos económicos, y se encuentra que las fases de contracción y expansión son asimétricas, donde las primeras tienen menor duración que las segundas. Por último, se encuentra que existen factores comunes que explican el movimiento conjunto entre los ciclos económicos de los países.

En lo que respecta a las fluctuaciones cíclicas del producto de los países analizados, esta nota encuentra que a mediados de 2016 todos se encontraban debajo de su producción potencial. Comparativamente, las fases de expansión son más largas en promedio en Colombia, mientras que las fases de contracción son en promedio más cortas en Ecuador. En Bolivia ambas fases tienen duración similar.

**Palabras clave:** producto potencial, brecha del producto, filtros univariados, filtros de Kalman, SVAR, fases del ciclo, análisis de componentes de factores.

**Códigos JEL:** C51, E01, E32

---

<sup>1</sup> Andrián: Banco Interamericano de Desarrollo, Carrera Cra 7 # 71-21 Torre B, Bogotá, Colombia, [landrian@iadb.org](mailto:landrian@iadb.org). Avellán: Banco Interamericano de Desarrollo, 1300 New York Avenue, NW, Washington DC 20577, [leopoldoa@iadb.org](mailto:leopoldoa@iadb.org). Los autores agradecen los comentarios de Marta Ruiz-Arranz de la Gerencia del Departamento de Países Andinos del BID. Pablo Garay contribuyó como asistente de investigación. La responsabilidad de los errores u omisiones en el documento es sólo de los autores. Los análisis, resultados e interpretaciones del presente documento son la opinión de los autores y no reflejan necesariamente el punto de vista del Banco Interamericano de Desarrollo, sus Directores Ejecutivos, ni de los países que representa.

## Contenidos

<b>1. Introducción</b> .....	3
<b>2. Métodos para estimar el producto potencial y su brecha</b> .....	4
<b>3. Datos</b> .....	6
<b>4. Resultados</b> .....	6
<b>5. Conclusiones</b> .....	8
Referencias.....	9
Tablas .....	11
Gráficos .....	20
Anexo 1: Métodos.....	23
Anexo 2: Cálculo del “ <i>half life</i> ” .....	32

## 1. Introducción

Dicen que “no todo lo que se puede contar cuenta, ni todo lo que cuenta se puede contar”. El concepto de producto potencial de la economía es un ejemplo de aquellas cosas que definitivamente cuentan pero que sin embargo es imposible de medir con exactitud. Está definido como la producción de la economía cuando el desempleo se encuentra en su tasa natural, sin presiones inflacionarias (Okun, 1962). A su vez la brecha del producto se define como la diferencia entre el producto observado y el producto potencial. La estimación del producto potencial y su brecha es útil para analizar las fluctuaciones económicas y el rol de la política económica para atenuarlas. En el ámbito de las finanzas públicas, el producto potencial es un elemento utilizado en el cómputo del balance fiscal estructural. Asimismo, la estimación de la brecha del producto es una parte importante en la determinación de la tasa de interés por parte de los Bancos Centrales en el ejercicio de la política monetaria. También, a la luz de la crisis financiera global de 2008, se utiliza la estimación del producto potencial para comparar la evolución del Producto Interno Bruto (PIB) con los flujos financieros (Borio (2012)) y para determinar el efecto de las variables financieras sobre el comportamiento del ciclo económico (Borio et al (2013)). Se pueden revisar aplicaciones recientes de estos conceptos en estudios del Fondo Monetario Internacional (2015), el Banco Central Europeo (2016) y varios bancos centrales (Canadá (2015), Chile (2007) y Noruega (2005), entre otros.

Existen diversos métodos univariados y multivariados para determinar el comportamiento cíclico del PIB<sup>2</sup>. La diferencia es que estos últimos incorporan relaciones derivadas de la teoría económica en las estimaciones. Así, existe una batería de métodos que calculan el componente cíclico del PIB, pero como el producto potencial es inobservable, no existe consenso sobre cuál es el mejor método para determinar el mismo y su brecha. Las características y propiedades de los distintos métodos utilizados han sido ampliamente discutidos y documentados en Fuentes et al (2007), Lemoine et al (2008), Magud y Medina (2011), y Borio et al (2013).

Este trabajo utiliza las técnicas existentes para medir la brecha del producto en Bolivia, Colombia, Ecuador y Perú. Con estas estimaciones, se caracterizan las propiedades de los ciclos económicos en estos países. Se encuentra que la mayoría de métodos coinciden en señalar cuando existe una brecha del producto positiva o negativa. Las estimaciones sugieren además que la persistencia de los componentes cíclicos es tal que reducir una brecha a la mitad toma al menos un año. Se observa también que en los países andinos las fases de expansión del producto tienen mayor duración que las de contracción, pero existe heterogeneidad en la duración de los ciclos y en la amplitud de las oscilaciones de los mismos. Por ejemplo las fases expansivas tienen mayor duración en

---

<sup>2</sup> Los términos brecha del producto y componente cíclico son equivalentes y se usan como sinónimos en este trabajo.

Colombia mientras que las fases de contracción son de menor duración en Ecuador. Finalmente, se encuentra que existen factores comunes que explican el comovimiento en las brechas del producto en los países analizados.

Esta nota está organizada de la siguiente manera. Primero, se describen brevemente los métodos y datos utilizados. Luego se analizan los resultados de las estimaciones de la brecha del producto y de las características de los ciclos económicos que estos implican. Por último, se presentan las conclusiones.

## 2. Métodos para estimar el producto potencial y su brecha

El PIB ( $y_t$ ), puede descomponerse en su componente cíclico ( $y_t^c$ ) y tendencial o potencial ( $y_t^*$ ), tal que:

$$y_t = y_t^* + y_t^c \quad (1)$$

La brecha del producto  $y_t^c$  entonces está definida como la diferencia entre el PIB observado y su componente tendencial. Brechas positivas corresponden a situaciones en las que la economía produce sobre su nivel potencial y brechas negativas a situaciones cuando la economía produce por debajo de su potencial.

Para calcular dichos componentes se utilizan métodos univariados, modelos de estado-espacio estimados mediante el filtro de Kalman y modelos de vectores autorregresivos estructurales (SVAR) descritos en Fuentes et al (2007). Adicionalmente, se incluyen dos modelos que incorporan información financiera, siguiendo a Borio (2012) y Borio et al (2013). Por último, dada la naturaleza del régimen de metas de inflación explícitas en Colombia y Perú, se estima un SVAR que incorpora una regla de Taylor para estos países. A continuación se describen brevemente los métodos utilizados<sup>3</sup>.

### Métodos univariados

Los métodos univariados estiman los componentes cíclicos y tendenciales del PIB basados únicamente en el comportamiento histórico de la serie. Se han utilizado cuatro metodologías. Estas son: tendencia lineal ajustada por tramos (*piece-wise linear trend*), y los filtros de Hodrick-Prescott, Baxter-King, y Christiano-Fitzgerald.

- **El método de tendencia lineal (ML)** consiste en ajustar una tendencia lineal por tramos sobre la serie del logaritmo natural del PIB. Los tramos son elegidos mediante pruebas de quiebres estructurales.
- **El filtro de Hodrick-Prescott (HP)** calcula el producto potencial como la serie que minimiza la desviación entre el producto observado y el potencial, sujeto a una penalidad sobre cambio en el

---

<sup>3</sup> Para mayores detalles ver el Anexo 1.

crecimiento potencial entre el periodo actual y el pasado. El parámetro de penalidad (parsimonia) usado para series trimestrales es 1,600.

- **Los filtros de Baxter y King (BK) y de Christiano-Fitzgerald (CF)** obtienen el componente cíclico dentro de un rango frecuencias predefinido y se usan, sobretodo el CF, en series que pudieran tener raíz unitaria.

## **Métodos multivariados**

Los métodos multivariados incorporan adicionalmente información proveniente de la teoría económica para estimar el ciclo y tendencia del PIB. Así, para Colombia y Perú, se han computado dos tipos de modelos multivariados: modelos de estado-espacio estimados a través del filtro de Kalman y vectores autorregresivos estructurales (SVAR).

### **Modelos de estado-espacio.**

Para estos tipos de modelos, al modelo univariado se le añade ecuaciones provenientes de la teoría económica. A continuación se sigue a Fuentes et al (2007) para los primeros tres modelos y a Borio et al (2013), para el cuarto y quinto.

- 1) Se añade una curva de Phillips (M1).
- 2) Al modelo (M1) se le incluye la ecuación de la curva IS (M2).
- 3) Al modelo (M1) se le incluye la ecuación de la ley de Okun (M3).
- 4) Al modelo univariado se le incluye ecuaciones que capturan las brechas (entre valor observado y potencial) del crédito al sector privado y el precio de la vivienda (M4)
- 5) Al modelo univariado en la ecuación de la brecha del producto, se le incluyen las tasas de crecimiento del crédito al sector privado, el precio de la vivienda y la tasa de interés real (M5).

### **Modelos SVAR**

El primero es la versión de Blanchard-Quah (1989) donde se imponen restricciones estructurales a un modelo VAR entre la variación del logaritmo del PIB y la tasa de desempleo. De acuerdo a la teoría, los choques de demanda (representados por el error estructural de la ecuación de la tasa de desempleo) son considerados temporales y representan el componente cíclico del PIB. Por otro lado, los choques de oferta son caracterizados como

permanentes (representados por el error estructural de la ecuación del PIB) y representan la tendencia estocástica del PIB.

El segundo es un modelo que incorpora una regla de Taylor para países con régimen monetario de metas de inflación explícitas. En este modelo se incorporan las restricciones estructurales de Bullard y Keating (1995) entre la tasa de inflación y la variación del PIB. Se supone que la tasa de inflación es determinada en el largo plazo solo por su propio error estructural. Siguiendo a Bullard y Keating (1995) y Lemoine et al (2008), el error estructural en la tasa de inflación refleja choques en los fundamentos que afectan los costos de transacción y tienen un impacto de largo plazo sobre la inflación y el PIB. Luego, se incorpora la tasa de interés<sup>4</sup>. Se supone que la misma tiene solo impacto de corto plazo sobre la inflación y el PIB. En este sentido, el banco central modifica la tasa de interés reaccionando a las desviaciones del PIB y la tasa de inflación respecto a sus tendencias de largo plazo.

### **3. Datos**

Se usan datos trimestrales para las estimaciones. La disponibilidad de información varía entre países y condiciona los métodos que puedan aplicarse. Se desestacionalizaron todas las series usando el programa X13 provisto por el U.S. Census Bureau. En todos los casos, para medir la brecha del producto se utiliza el logaritmo del PIB en términos reales.

Para Bolivia y Ecuador, se cuenta solo con información suficiente para las estimaciones univariadas. El rango cubierto es 1990-Q1 a 2016-Q2 para Bolivia, y 2000-Q1 a 2016-Q2 para Ecuador. En Colombia los datos del PIB abarcan el periodo 2000-Q1 a 2016-Q2. Finalmente para Perú, el periodo cubierto del PIB real es 1980-Q1 a 2016-Q1. Para el resto de las variables que se usan en los filtros multivariados el tiempo cubierto es menor y varía en cada caso (ver tabla 1 para la cobertura y fuente de todos los datos).

### **4. Resultados**

#### **Comparación entre los distintos filtros**

Comparando las estimaciones de los distintos métodos usando las brechas del producto en cada país, se encuentra que, a excepción del SVAR con identificación a la Blanchard-Quah en Perú, todos los métodos arrojan correlaciones positivas y significativas entre sí, lo que sugiere que el movimiento conjunto de los ciclos estimados es similar para todos los métodos (ver tabla 2 y gráficos 1 y 2).

---

<sup>4</sup> Se utiliza la tasa de interés activa como proxy de la tasa de política, dado que esta última muestra poca variabilidad en el tiempo.

No obstante, las volatilidades de las brechas del producto estimadas difieren según la técnica aplicada. Aquellas brechas obtenidas mediante el ajuste de tendencias lineales exhiben mayor volatilidad en todos los países de la muestra. Por construcción, la volatilidad de las brechas del producto calculadas mediante los filtros de Hodrick-Prescott y de Kalman, son similares, y las volatilidades resultantes de las estimaciones provenientes de los vectores autoregresivos estructurales y del filtro de Christiano y Fitzgerald (ver tabla 3) son las menores.

Las autocorrelaciones de las brechas del producto son positivas y significativas, pero existen diferencias importantes según la técnica de estimación que se utilice (ver tabla 4). Es ilustrativo analizar estos resultados mediante el cálculo del tiempo que toma cerrar la brecha del producto a la mitad (*half life*, ver Tabla 5 y Anexo 2). La mediana de este tiempo para Bolivia y Colombia es 4 trimestres, pero para Perú y Ecuador es de 6 y 7 trimestres respectivamente.

### **Aplicaciones: Estimación de la brecha del producto y caracterización de los ciclos económicos en los países bajo estudio**

Las Tablas 6-9 y gráfico 3 muestran que las estimaciones de las brechas del producto difieren en magnitud según el método elegido. Para el análisis que sigue se utilizó la brecha mediana en cada país. Los resultados indican que en 2016 los países andinos se encuentran debajo de su producción potencial. Bolivia empezó este proceso en dicho año, mientras que Colombia, Ecuador y Perú ya mostraban brechas del producto negativas desde 2015. Las estimaciones del *half life* sugieren que, es probable que en 2017 estos países se encuentren aún por debajo de su producción potencial.

Con los cálculos de brechas del producto se caracterizan las distintas fases de las fluctuaciones económicas en los países andinos. Para determinar cuándo se produjo una fase de contracción<sup>5</sup> o expansión en un ciclo<sup>6</sup> se utilizó el algoritmo de Harding y Pagan (2002)<sup>7</sup>. Este algoritmo busca puntos en los que se produce un cambio de fase, esto es un pico o un fondo, con la restricción que la fase tenga una duración mínima de 2 trimestres y el ciclo tenga una duración mínima de 5 trimestres. La tabla 10 muestra los ciclos obtenidos, y sugiere las siguientes particularidades:

- 1) Los ciclos son asimétricos porque en promedio las fases de contracción tienen menor duración que las fases de expansión, sin embargo en Bolivia esta asimetría es menor.
- 2) Las fases de expansión son en promedio más largas en Colombia.
- 3) Las fases de contracción son en promedio más cortas en Ecuador
- 4) Los ciclos económicos tiene mayor duración en Colombia y menor duración en Ecuador.

---

<sup>5</sup> Se entiende por fase de contracción al período del ciclo transcurrido entre un pico y un fondo, mientras que la fase de expansión es aquella que corresponde al periodo transcurrido entre un fondo y un pico.

<sup>6</sup> Se entiende por ciclo el período transcurrido entre dos picos o entre dos fondos.

<sup>7</sup> El algoritmo fue implementado para Stata por Philippe Bracke (2011).

- 5) Las contracciones y expansiones son más intensas<sup>8</sup> en Ecuador, comparando entre todos los países en la muestra desde el 2000.

También, se analizó el nivel de sincronización entre las fluctuaciones cíclicas en los países andinos en el periodo 2000-2016. La tabla 11 indica que efectivamente existe una correlación positiva y significativa para cada par de países. Para medir la intensidad del movimiento conjunto entre las series se realizó un análisis de componentes principales. Mientras más fuerte sea la sincronización de las fluctuaciones, se requerirán menos componentes principales para explicar la variación de las mismas. Si por el contrario las series están totalmente desincronizadas, se necesitarán más componentes principales para explicar su variación.

Se estandarizaron las medidas de la brecha del producto para asegurar que tengan media cero y desviación estándar unitaria. De esta manera se evita que la mayor volatilidad en alguna de las series afecte el cálculo de los componentes principales<sup>9</sup>. La tabla 12 muestra que en efecto existe un movimiento conjunto entre las brechas del producto de los países andinos porque tan solo el primer componente principal explica el 50% de la varianza de las fluctuaciones del componente cíclico del producto en la muestra, y si además se incluye el segundo componente principal el porcentaje de explicación sube a 70.5%.

## 5. Conclusiones

El objetivo de esta nota es caracterizar la brecha de producto en Colombia, Ecuador, Perú y Bolivia. Para esto se aplicó una batería de métodos y se procedió a comparar los resultados obtenidos con cada técnica para cada país. Se encontró que la mayoría de filtros cualitativamente coinciden en señalar si la economía se encuentra por encima o por debajo de su producto potencial. Sin embargo existen diferencias importantes en la volatilidad y persistencia de las estimaciones de la brecha del producto según el método utilizado.

Usando la brecha mediana del producto se determinaron las fechas de cambios de fase en el ciclo en cada país y se establecieron sus principales características. Se encontró que los ciclos expansivos tienen mayor duración que los ciclos contractivos, pero hay heterogeneidad entre los países en cuanto a la duración de las fases y a la intensidad de las fases de los ciclos. Adicionalmente se encontró que existen factores comunes que demuestran el movimiento conjunto entre las brechas del producto de los países.

Como trabajo futuro queda determinar cuáles pudieran ser las variables que liderarían el comportamiento del ciclo, con la finalidad de así obtener información con mayor frecuencia y menor rezago que permita predecir el estado de la brecha del producto. Adicionalmente, dado el nivel de sincronía existente entre las fluctuaciones económicas entre los países estudiados, sería importante definir cuáles son las fuerzas detrás de este movimiento conjunto entre los ciclos económicos. Finalmente, con las estimaciones de los componentes cíclicos, se puede establecer si el manejo de la política fiscal y monetaria ha sido procíclico o contracíclico.

---

<sup>8</sup> La fase de contracción mediana tiene mayor amplitud en Ecuador (2.2% del producto potencial) y menor en Bolivia (1.1% del producto potencial). A su vez, la fase de expansión mediana tiene mayor amplitud en Ecuador (3.3% del producto potencial) y menor amplitud en Bolivia (1.0% del producto potencial).

<sup>9</sup> Un procedimiento similar lo realizó Calvo et al (1993) para cuantificar el movimiento conjunto entre las series de tipos de cambio y de reservas internacionales en 10 países emergentes.

## Referencias

- Anderton, R., Aranki, T., Dieppe, A., Elding, C., Haroutunian, S., Jacquinet, P., Jarvis, V., Labhard, V., Rusinova, D., and Szörfi, B., (2014). "Potential Output from a Euro Area Perspective." Occasional Paper Series No. 156, European Central Bank.
- Bjørnland, H., Brubakk, L., and Jore, A., (2005). "The output gap in Norway – a comparison of different methods". Economic Bulletin 05-Q2. Central Bank of Norway.
- Blanchard, O., and Quah, D., (1989). "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances". American Economic Review, Vol. 79, No. 4.
- Borio, C., (2012). "The financial cycle and macroeconomics: What have we learnt?" BIS Working Paper No 395, Monetary and Economic Department, Bank for International Settlements.
- Borio, C., Disyatat, P., and Juselius, M., (2013). "Rethinking potential output: Embedding information about the financial cycle" BIS Working Paper No 404, Monetary and Economic Department, Bank for International Settlements.
- Bracke, P., (2011). "SBBQ: Stata module to implement the Harding and Pagan (2002) business cycle dating algorithm," Statistical Software Components S457288, Boston College Department of Economics, revised 17 Jan 2012.
- Bullard, J and Keating, J., (1995). "The Long-Run Relationship between Inflation and Output in Postwar Economies ", Journal of Monetary Economics, Vol. 36, Issue 3, 477-496.
- Calvo, G. A., Leiderman, L., & Reinhart, C. M. (1993). Capital inflows and real exchange rate appreciation in Latin America: the role of external factors. *Staff Papers*, 40(1), 108-151.
- Fuentes, R., Gredig F. y Larraín, M. 2007. "Estimating the Output GAP for Chile". Working Paper 455, Banco Central de Chile.
- Garcia Saltos IMF a simple Multivariate filter for estimating Potential output 2015 IMF, WP 1579.
- Harding, D., & Pagan, A. (2002). Dissecting the cycle: a methodological investigation. *Journal of monetary economics*, 49(2), 365-381.
- Jarocinski, M., and Michele, L., (2016). "How Large is the Output Gap in the Euro Area". Research Bulletin, 1 July 2016, European Central Bank.
- Lemoine, M., Mazzi, G., Monperrus-Veroni, P., and Reynes, F., (2008). "Real Time Estimation of Potential Output and Output Gap for the Euro-Area: Comparing Production Function with Unobserved Components and SVAR Approaches". Working Paper 34, Observatoire Francais des Conjonctures Economiques.
- Magud, N. y Medina, L., (2011). "The Chilean Output Gap". WP # 11/2. International Monetary Fund.
- Lutkepohl, H., and Kratzig, M., (2004). *Applied Time Series Econometrics*. Cambridge University Press.

Okun, A., (1962). "Potential GNP: Its Measurement and Significance." Cowles Foundation Paper 190.

Pichette, L., St-Amant, P., Tomlin, B., and Anoma, K., (2015). "Measuring Potential Output at the Bank of Canada: The Extended Multivariate Filter and the Integrated Framework". Bank of Canada Discussion Paper 2015-1.

**Tablas**

**Tabla 1: Cobertura y fuentes de los datos**

<b>Variable</b>	<b>Cobertura</b>	<b>Fuente</b>
<b>Bolivia</b>		
PIB a precios constantes de 1990	1990-Q1 a 2016-Q2	Instituto Nacional de Estadística
<b>Colombia</b>		
PIB a precios constantes de 2005	2000-Q1 a 2016-Q2	Departamento Administrativo Nacional de Estadística
Tasa de desempleo	2001-Q1 a 2016-Q2	Departamento Administrativo Nacional de Estadística
Tasa de inflación (variación anual del IPC)	2000-Q1 a 2016-Q2	Banco de la República
Agregado monetario M2	2000-Q1 a 2016-Q2	Banco de la República
Tasa de interés activa	2000-Q1 a 2016-Q2	Banco de la República
Índice nacional del precio de la vivienda nueva	2000-Q1 a 2016-Q2	Banco de la República
<b>Ecuador</b>		
PIB a precios constantes de 2007	2000-Q1 a 2016-Q2	Banco Central del Ecuador
<b>Perú</b>		
PIB a precios constantes de 2007	1980-Q1 a 2016-Q1	Banco Central de Reserva del Perú
Tasa de desempleo	2001-Q1 a 2016-Q1	Banco Central de Reserva del Perú
Tasa de inflación (variación anual del IPC)	1980-Q1 a 2016-Q1	Banco Central de Reserva del Perú
Agregado monetario M2	1993-Q1 a 2016-Q1	Banco Central de Reserva del Perú
Tasa de interés activa	1992-Q1 a 2016-Q1	Banco Central de Reserva del Perú
Precio del metro cuadrado en Lima a valores constantes	1992-Q1 a 2016-Q1	Banco Central de Reserva del Perú

**Tabla 2: Coeficientes de correlación entre brechas del producto según método**

<b>Bolivia</b>	<b>Lineal</b>	<b>HP</b>	<b>CF</b>	<b>BK</b>
<b>Lineal</b>	1.00			
<b>HP</b>	0.67	1.00		
<b>CF</b>	0.38	0.39	1.00	
<b>BK</b>	0.41	0.80	0.62	1.00

<b>Ecuador</b>	<b>Lineal</b>	<b>HP</b>	<b>CF</b>	<b>BK</b>
<b>Lineal</b>	1.00			
<b>HP</b>	0.94	1.00		
<b>CF</b>	0.75	0.87	1.00	
<b>BK</b>	0.96	0.97	0.94	1.00

<b>Colombia</b>	<b>Lineal</b>	<b>HP</b>	<b>CF</b>	<b>BK</b>	<b>M1</b>	<b>M2</b>	<b>M3</b>	<b>M4</b>	<b>M5</b>	<b>BQ</b>	<b>Taylor</b>
<b>Lineal</b>	1.00										
<b>HP</b>	0.93	1.00									
<b>CF</b>	0.63	0.77	1.00								
<b>BK</b>	0.91	0.95	0.94	1.00							
<b>M1</b>	0.90	1.00	0.89	0.94	1.00						
<b>M2</b>	0.94	0.93	0.76	0.93	0.91	1.00					
<b>M3</b>	0.79	0.86	0.81	0.91	0.87	0.65	1.00				
<b>M4</b>	0.94	1.00	0.78	0.95	0.99	0.94	0.85	1.00			
<b>M5</b>	0.93	0.95	0.71	0.95	0.94	0.99	0.68	0.96	1.00		
<b>BQ</b>	0.46	0.52	0.50	0.49	0.56	0.29	0.77	0.52	0.37	1.00	
<b>Taylor</b>	0.84	0.84	0.79	0.88	0.83	0.84	0.65	0.85	0.86	0.31	1.00

<b>Perú</b>	<b>Lineal</b>	<b>HP</b>	<b>CF</b>	<b>BK</b>	<b>M1</b>	<b>M2</b>	<b>M3</b>	<b>M4</b>	<b>M5</b>	<b>BQ</b>	<b>Taylor</b>
<b>Lineal</b>	1.00										
<b>HP</b>	0.89	1.00									
<b>CF</b>	0.66	0.78	1.00								
<b>BK</b>	0.86	0.96	0.82	1.00							
<b>M1</b>	0.47	0.67	0.36	0.74	1.00						
<b>M2</b>	0.44	0.74	0.68	0.76	0.95	1.00					
<b>M3</b>	0.80	0.57	0.16	0.76	0.63	0.55	1.00				
<b>M4</b>	0.54	0.70	0.40	0.77	0.99	0.94	0.66	1.00			
<b>M5</b>	0.56	0.71	0.33	0.79	0.95	0.88	0.75	0.93	1.00		
<b>BQ</b>	-0.41	-0.36	-0.10	-0.40	-0.35	-0.37	-0.64	-0.36	-0.35	1.00	
<b>Taylor</b>	0.35	0.45	0.23	0.53	0.55	0.67	0.03	0.67	0.54	-0.19	1.00

Nota: HP: Hodrick-Prescott; CF: Christiano-Fitzgerald; BK: Baxter-King; M1: curva de Phillips; M2: curva IS; M3: Ley de Okun; M4 y M5: modelos con información del sistema financiero; BQ: SVAR Blanchard-Quah; y Taylor: SVAR regla de Taylor.

**Tabla 3: Desviaciones estándar de la brecha del producto según método**

	Lineal	HP	CF	BK	M1	M2	M3	M4	M5	BQ	Taylor
<b>Bolivia</b>	1.2%	0.9%	0.6%	0.6%							
<b>Colombia</b>	1.8%	1.3%	0.9%	1.3%	1.2%	1.4%	1.5%	1.3%	1.4%	0.9%	0.8%
<b>Ecuador</b>	2.4%	1.9%	1.4%	1.7%							
<b>Perú</b>	3.2%	1.6%	1.5%	1.6%	1.5%	1.4%	2.5%	1.5%	1.8%	0.2%	1.1%

**Tabla 4: Autocorrelaciones de la brecha del producto según método**

	Lineal	HP	CF	BK	M1	M2	M3	M4	M5	BQ	Taylor
<b>Bolivia</b>	0.564	0.451	0.891	0.905							
<b>Colombia</b>	0.849	0.770	0.933	0.914	0.797	0.857	0.851	0.765	0.846	0.781	0.837
<b>Ecuador</b>	0.981	0.901	0.921	0.892							
<b>Perú</b>	0.890	0.821	0.928	0.888	0.930	0.930	0.930	0.694	0.783	0.887	0.907

Nota: Autocorrelaciones calculadas como la regresión de la brecha del producto sobre su rezago (sin constante). Todos los coeficientes son estadísticamente significativos al 10%.

**Tabla 5: Half Life (en trimestres) de la brecha del producto según método**

	LINEAL	HP	CF	BK	M2	M3	M4	M5	M6	BQ	TAYLOR
<b>Bolivia</b>	1.2	0.9	6.0	6.9							
<b>Colombia</b>	4.2	2.7	10.0	7.8	3.1	4.5	4.3	2.6	4.2	2.8	3.9
<b>Ecuador</b>	36.5	6.7	8.4	6.1							
<b>Perú</b>	6.0	3.5	9.3	5.9	9.6	9.6	9.6	1.9	2.8	5.8	7.1

Tablas 6 a 9: Mapas de Calor (*heat maps*) – Brechas del Producto 2005Q1-2016Q2

Tabla 6: Brechas del Producto en Bolivia

Trimestre	Lineal	HP	CF	BK	M1	M2	M3	M4	M5	BQ	Taylor	Prom. Ciclo	Mediana Ciclo
2005q1	0.3%	0.4%	-0.2%	-0.6%								0.0%	0.1%
2005q2	0.0%	0.2%	-0.3%	-0.7%								-0.2%	-0.1%
2005q3	-0.8%	-0.5%	-0.3%	-0.5%								-0.5%	-0.5%
2005q4	-1.1%	-0.6%	-0.3%	-0.3%								-0.6%	-0.5%
2006q1	0.1%	0.7%	-0.3%	-0.1%								0.1%	0.0%
2006q2	-0.5%	0.1%	-0.4%	0.0%								-0.2%	-0.2%
2006q3	-0.5%	0.2%	-0.5%	-0.3%								-0.3%	-0.4%
2006q4	-0.9%	-0.1%	-0.6%	-0.7%								-0.6%	-0.7%
2007q1	-1.7%	-0.9%	-0.6%	-0.9%								-1.0%	-0.9%
2007q2	-1.0%	-0.2%	-0.4%	-0.7%								-0.6%	-0.5%
2007q3	-0.5%	0.4%	0.0%	-0.1%								0.0%	0.0%
2007q4	0.0%	0.9%	0.6%	0.7%								0.6%	0.6%
2008q1	0.4%	1.3%	1.1%	1.3%								1.0%	1.2%
2008q2	1.2%	2.2%	1.5%	1.5%								1.6%	1.5%
2008q3	1.2%	2.2%	1.5%	1.1%								1.5%	1.4%
2008q4	-0.9%	0.1%	1.3%	0.6%								0.3%	0.3%
2009q1	-1.2%	-0.2%	0.8%	0.1%								-0.1%	-0.1%
2009q2	-1.0%	0.1%	0.2%	-0.2%								-0.2%	-0.1%
2009q3	-0.2%	0.8%	-0.2%	-0.4%								0.0%	-0.2%
2009q4	-1.5%	-0.4%	-0.4%	-0.5%								-0.7%	-0.5%
2010q1	-2.7%	-1.7%	-0.4%	-0.7%								-1.4%	-1.2%
2010q2	-1.5%	-0.5%	-0.3%	-0.8%								-0.8%	-0.6%
2010q3	-1.3%	-0.3%	-0.1%	-0.8%								-0.6%	-0.6%
2010q4	-1.2%	-0.2%	0.0%	-0.6%								-0.5%	-0.4%
2011q1	-1.5%	-0.6%	-0.1%	-0.4%								-0.7%	-0.5%
2011q2	-1.5%	-0.7%	-0.3%	-0.3%								-0.7%	-0.5%
2011q3	-0.9%	-0.2%	-0.5%	-0.5%								-0.5%	-0.5%
2011q4	-1.3%	-0.6%	-0.8%	-0.7%								-0.9%	-0.8%
2012q1	-1.4%	-0.8%	-1.0%	-1.0%								-1.0%	-1.0%
2012q2	-1.5%	-1.1%	-1.0%	-0.9%								-1.1%	-1.0%
2012q3	-1.1%	-0.8%	-0.9%	-0.6%								-0.8%	-0.8%
2012q4	-0.2%	0.0%	-0.6%	-0.2%								-0.3%	-0.2%
2013q1	0.3%	0.4%	-0.3%	0.2%								0.1%	0.2%
2013q2	0.5%	0.5%	0.0%	0.5%								0.4%	0.5%
2013q3	0.8%	0.6%	0.1%									0.5%	0.6%
2013q4	1.4%	1.1%	0.2%									0.9%	1.1%
2014q1	1.2%	0.7%	0.2%									0.7%	0.7%
2014q2	0.7%	0.1%	0.2%									0.3%	0.2%
2014q3	2.0%	1.3%	0.2%									1.1%	1.3%
2014q4	1.6%	0.7%	0.3%									0.9%	0.7%
2015q1	1.0%	0.1%	0.5%									0.6%	0.5%
2015q2	1.1%	0.0%	0.9%									0.7%	0.9%
2015q3	0.8%	-0.4%	1.2%									0.5%	0.8%
2015q4	2.5%	1.2%	1.4%									1.7%	1.4%
2016q1	1.2%	-0.2%	1.4%									0.8%	1.2%
2016q2	-0.4%	-1.9%	1.1%									-0.4%	-0.4%

Nota: HP: Hodrick-Prescott; CF: Christiano-Fitzgerald; BK: Baxter-King; M1: curva de Phillips; M2: curva IS; M3: Ley de Okun; M4 y M5: modelos con información del sistema financiero; BQ: SVAR Blanchard-Quah; y Taylor: SVAR regla de Taylor.

	+2 desviaciones estándar
	0 desviaciones estándar
	-2 desviaciones estándar

Tabla 7: Brechas del Producto en Colombia

Trimestre	Lineal	HP	CF	BK	M1	M2	M3	M4	M5	BQ	Taylor	Prom. Ciclo	Mediana Ciclo
2005q1	-1.6%	-0.8%	-0.6%	-0.6%	-0.9%	-0.7%	-1.6%	-0.9%	0.3%		-0.7%	-0.8%	-0.8%
2005q2	-1.0%	-0.3%	-0.9%	-0.9%	-0.5%	-0.2%	-1.1%	-0.4%	0.8%		-1.0%	-0.5%	-0.7%
2005q3	-1.5%	-1.0%	-1.0%	-1.1%	-1.2%	-0.8%	-1.7%	-1.1%	0.2%	-2.6%	-0.6%	-1.1%	-1.1%
2005q4	-1.4%	-1.1%	-1.1%	-1.1%	-1.3%	-0.8%	-1.8%	-1.1%	0.1%	-2.5%	-1.0%	-1.2%	-1.1%
2006q1	-0.8%	-0.6%	-0.9%	-0.7%	-0.9%	-0.3%	-1.3%	-0.7%	0.6%	-2.3%	-0.7%	-0.8%	-0.7%
2006q2	0.3%	0.3%	-0.6%	0.0%	0.0%	0.7%	-0.4%	0.3%	1.5%	-1.6%	-0.4%	0.0%	0.0%
2006q3	1.4%	1.3%	0.0%	0.7%	1.0%	1.7%	0.6%	1.3%	2.5%	-0.9%	0.2%	0.9%	1.0%
2006q4	1.7%	1.4%	0.7%	1.2%	1.2%	1.9%	0.8%	1.4%	2.7%	-0.1%	0.3%	1.2%	1.2%
2007q1	2.5%	2.0%	1.4%	1.6%	1.8%	2.6%	1.4%	2.0%	3.3%	0.1%	0.2%	1.7%	1.8%
2007q2	2.0%	1.4%	2.0%	1.9%	1.2%	2.0%	0.8%	1.4%	2.7%	-1.0%	0.4%	1.3%	1.4%
2007q3	3.0%	2.4%	2.3%	2.3%	2.2%	3.0%	1.8%	2.4%	3.6%	-0.1%	1.1%	2.2%	2.3%
2007q4	4.4%	3.6%	2.2%	2.7%	3.4%	4.3%	3.1%	3.6%	4.9%	0.4%	1.2%	3.1%	3.4%
2008q1	3.0%	2.2%	1.9%	2.6%	2.0%	2.9%	1.7%	2.2%	3.5%	-1.0%	0.5%	1.9%	2.2%
2008q2	2.8%	2.0%	1.4%	2.0%	1.8%	2.7%	1.5%	2.0%	3.2%	-0.9%	0.8%	1.7%	2.0%
2008q3	2.3%	1.5%	0.7%	1.0%	1.4%	2.2%	1.1%	1.5%	2.8%	-0.9%	0.3%	1.3%	1.4%
2008q4	0.3%	-0.4%	0.1%	-0.1%	-0.6%	0.2%	-0.8%	-0.4%	0.8%	-2.2%	-0.2%	-0.3%	-0.2%
2009q1	-0.3%	-1.0%	-0.6%	-0.9%	-1.1%	-0.4%	-1.3%	-1.0%	0.2%	-1.6%	-0.7%	-0.8%	-0.9%
2009q2	-0.4%	-1.1%	-1.1%	-1.3%	-1.2%	-0.5%	-1.3%	-1.1%	0.1%	-1.1%	-2.2%	-1.0%	-1.1%
2009q3	-0.8%	-1.4%	-1.6%	-1.5%	-1.5%	-0.9%	-1.6%	-1.4%	-0.2%	-1.4%	-2.1%	-1.3%	-1.4%
2009q4	-1.2%	-1.8%	-1.9%	-1.5%	-1.8%	-1.3%	-1.8%	-1.7%	-0.6%	-1.2%	-1.7%	-1.5%	-1.7%
2010q1	-1.2%	-1.7%	-2.0%	-1.6%	-1.7%	-1.3%	-1.7%	-1.7%	-0.5%	-1.4%	-1.6%	-1.5%	-1.6%
2010q2	-1.4%	-1.9%	-1.9%	-1.7%	-1.9%	-1.6%	-1.8%	-1.9%	-0.7%	-1.4%	-1.2%	-1.6%	-1.7%
2010q3	-1.8%	-2.3%	-1.4%	-1.6%	-2.3%	-2.1%	-2.1%	-2.3%	-1.2%	-1.7%	-1.2%	-1.8%	-1.8%
2010q4	-0.4%	-0.9%	-0.8%	-1.2%	-0.9%	-0.7%	-0.7%	-0.9%	0.2%	-0.5%	-0.9%	-0.7%	-0.8%
2011q1	-0.1%	-0.5%	-0.1%	-0.4%	-0.6%	-0.4%	-0.2%	-0.5%	0.6%	-0.7%	0.4%	-0.2%	-0.4%
2011q2	0.5%	0.0%	0.5%	0.5%	0.0%	0.1%	0.4%	0.1%	1.1%	-0.9%	0.3%	0.2%	0.3%
2011q3	1.4%	1.0%	0.9%	1.2%	0.9%	1.0%	1.4%	1.0%	2.0%	-0.1%	0.3%	1.0%	1.0%
2011q4	1.3%	0.9%	0.9%	1.3%	0.9%	0.9%	1.3%	0.9%	1.9%	0.1%	0.1%	1.0%	0.9%
2012q1	1.2%	0.8%	0.6%	1.0%	0.7%	0.7%	1.3%	0.8%	1.8%	0.0%	0.0%	0.8%	0.8%
2012q2	1.0%	0.6%	0.2%	0.3%	0.5%	0.5%	1.1%	0.6%	1.6%	0.7%	-0.5%	0.6%	0.6%
2012q3	-0.4%	-0.8%	-0.2%	-0.3%	-0.8%	-0.9%	-0.2%	-0.8%	0.2%	-0.1%	-1.2%	-0.5%	-0.4%
2012q4	-0.2%	-0.6%	-0.4%	-0.5%	-0.6%	-0.8%	0.1%	-0.5%	0.4%	0.2%	-1.1%	-0.4%	-0.5%
2013q1	-0.3%	-0.6%	-0.4%	-0.2%	-0.7%	-0.9%	0.1%	-0.6%	0.3%	0.3%	-0.7%	-0.3%	-0.4%
2013q2	1.3%	1.0%	-0.1%	0.4%	1.0%	0.7%	1.8%	1.0%	1.8%	1.2%	-0.2%	0.9%	1.0%
2013q3	1.0%	0.8%	0.3%		0.8%	0.4%	1.7%	0.8%	1.6%	0.3%	0.4%	0.8%	0.8%
2013q4	1.0%	0.9%	0.6%		0.8%	0.3%	1.8%	0.8%	1.5%	0.1%	0.0%	0.8%	0.8%
2014q1	1.5%	1.5%	0.8%		1.5%	0.9%	2.5%	1.5%	2.1%	0.5%	0.1%	1.3%	1.5%
2014q2	0.8%	0.9%	0.7%		0.8%	0.2%	1.9%	0.8%	1.4%	-0.4%	-0.3%	0.7%	0.8%
2014q3	0.5%	0.7%	0.5%		0.7%	-0.1%	1.8%	0.6%	1.1%	-0.2%	-0.3%	0.5%	0.5%
2014q4	-0.2%	0.1%	0.3%		0.1%	-0.7%	1.3%	0.0%	0.4%	-0.3%	-1.0%	0.0%	0.1%
2015q1	-0.2%	0.3%	0.2%		0.2%	-0.6%	1.5%	0.1%	0.4%	-0.4%	-0.9%	0.1%	0.1%
2015q2	-0.6%	0.0%	0.2%		0.0%	-0.9%	1.4%	-0.1%	0.1%	-0.5%	-1.2%	-0.2%	0.0%
2015q3	-0.8%	-0.1%	0.3%		-0.1%	-1.1%	1.3%	-0.3%	-0.2%	-0.3%	-1.5%	-0.3%	-0.2%
2015q4	-1.2%	-0.3%	0.5%		-0.3%	-1.4%	1.1%	-0.5%	-0.6%	-0.3%	-1.2%	-0.4%	-0.4%
2016q1	-2.1%	-1.0%	0.5%		-1.0%	-2.1%	0.4%	-1.3%	-1.4%	-0.4%	-1.0%	-0.9%	-1.0%
2016q2	-3.0%	-1.7%	0.4%									-1.5%	-1.7%

Nota: HP: Hodrick-Prescott; CF: Christiano-Fitzgerald; BK: Baxter-King; M1: curva de Phillips; M2: curva IS; M3: Ley de Okun; M4 y M5: modelos con información del sistema financiero; BQ: SVAR Blanchard-Quah; y Taylor: SVAR regla de Taylor.

	+2 desviaciones estándar
	0 desviaciones estándar
	-2 desviaciones estándar

Tabla 8: Brechas del Producto en Ecuador

Trimestre	Lineal	HP	CF	BK	M1	M2	M3	M4	M5	BQ	Taylor	Prom. Ciclo	Mediana Ciclo
2005q1	2.1%	1.5%	0.7%	1.3%								1.4%	1.4%
2005q2	2.4%	1.7%	0.6%	1.0%								1.4%	1.4%
2005q3	1.7%	0.9%	0.6%	1.0%								1.0%	0.9%
2005q4	1.9%	1.1%	0.7%	1.1%								1.2%	1.1%
2006q1	2.1%	1.3%	0.8%	1.3%								1.4%	1.3%
2006q2	2.4%	1.5%	0.9%	1.3%								1.5%	1.4%
2006q3	2.5%	1.7%	0.7%	1.0%								1.5%	1.4%
2006q4	1.3%	0.5%	0.3%	0.4%								0.6%	0.5%
2007q1	0.1%	-0.7%	-0.2%	-0.3%								-0.3%	-0.3%
2007q2	-0.3%	-1.0%	-0.6%	-1.0%								-0.7%	-0.8%
2007q3	0.0%	-0.7%	-0.5%	-1.1%								-0.6%	-0.6%
2007q4	0.2%	-0.4%	0.1%	-0.5%								-0.2%	-0.2%
2008q1	1.0%	0.5%	1.1%	0.6%								0.8%	0.8%
2008q2	1.5%	1.1%	2.1%	1.8%								1.6%	1.6%
2008q3	2.2%	1.9%	2.6%	2.4%								2.3%	2.3%
2008q4	2.8%	2.5%	2.5%	2.1%								2.5%	2.5%
2009q1	0.6%	0.3%	1.5%	0.9%								0.8%	0.8%
2009q2	-1.1%	-1.3%	0.0%	-0.8%								-0.8%	-1.0%
2009q3	-2.9%	-3.0%	-1.7%	-2.5%								-2.5%	-2.7%
2009q4	-3.7%	-3.9%	-3.0%	-3.5%								-3.5%	-3.6%
2010q1	-3.6%	-3.7%	-3.6%	-3.7%								-3.6%	-3.6%
2010q2	-3.4%	-3.6%	-3.3%	-3.1%								-3.4%	-3.3%
2010q3	-2.8%	-3.1%	-2.4%	-2.1%								-2.6%	-2.6%
2010q4	-0.6%	-1.0%	-1.2%	-1.1%								-1.0%	-1.1%
2011q1	-0.3%	-0.8%	-0.2%	-0.3%								-0.4%	-0.3%
2011q2	0.8%	0.2%	0.4%	0.3%								0.4%	0.3%
2011q3	1.2%	0.5%	0.6%	0.7%								0.7%	0.6%
2011q4	1.3%	0.5%	0.4%	1.0%								0.8%	0.8%
2012q1	2.1%	1.2%	0.3%	1.1%								1.2%	1.1%
2012q2	2.2%	1.2%	0.1%	1.1%								1.2%	1.1%
2012q3	1.9%	0.9%	0.1%	1.0%								1.0%	1.0%
2012q4	1.8%	0.8%	0.3%	1.1%								1.0%	1.0%
2013q1	2.0%	1.0%	0.4%	1.4%								1.2%	1.2%
2013q2	2.3%	1.5%	0.6%	1.7%								1.5%	1.6%
2013q3	3.2%	2.5%	0.8%									2.2%	2.5%
2013q4	2.7%	2.1%	1.0%									1.9%	2.1%
2014q1	2.4%	2.1%	1.4%									1.9%	2.1%
2014q2	2.5%	2.4%	1.7%									2.2%	2.4%
2014q3	2.2%	2.4%	2.0%									2.2%	2.2%
2014q4	1.8%	2.4%	2.0%									2.1%	2.0%
2015q1	1.5%	2.5%	1.7%									1.9%	1.7%
2015q2	-1.6%	-0.2%	0.9%									-0.3%	-0.2%
2015q3	-2.9%	-1.1%	0.0%									-1.3%	-1.1%
2015q4	-4.5%	-2.3%	-1.0%									-2.6%	-2.3%
2016q1	-6.7%	-4.0%	-1.8%									-4.2%	-4.0%
2016q2	-8.1%	-4.9%	-2.2%									-5.0%	-4.9%

Nota: HP: Hodrick-Prescott; CF: Christiano-Fitzgerald; BK: Baxter-King; M1: curva de Phillips; M2: curva IS; M3: Ley de Okun; M4 y M5: modelos con información del sistema financiero; BQ: SVAR Blanchard-Quah; y Taylor: SVAR regla de Taylor.

	+2 desviaciones estándar
	0 desviaciones estándar
	-2 desviaciones estándar

Tabla 9: Brechas del Producto en Perú

Trimestre	Lineal	HP	CF	BK	M1	M2	M3	M4	M5	BQ	Taylor	Prom. Ciclo	Mediana Ciclo
2005q1	-5.5%	-1.1%	-2.0%	-1.6%	-0.6%	-0.4%	-1.6%	-0.7%	-0.7%	0.4%	0.1%	-1.2%	-0.7%
2005q2	-4.8%	-0.6%	-2.0%	-1.5%	-1.4%	-1.3%	-2.2%	-1.4%	-1.3%	0.3%	-0.1%	-1.5%	-1.4%
2005q3	-5.4%	-1.4%	-1.8%	-1.2%	-0.6%	-0.7%	-1.4%	-0.7%	-0.5%	0.2%	0.3%	-1.2%	-0.7%
2005q4	-4.3%	-0.6%	-1.5%	-0.9%	0.5%	0.4%	-0.2%	0.5%	0.7%	-0.1%	1.0%	-0.4%	-0.1%
2006q1	-2.9%	0.6%	-1.4%	-0.6%	-0.1%	-0.4%	-0.8%	-0.2%	0.2%	0.1%	0.6%	-0.4%	-0.2%
2006q2	-3.2%	-0.1%	-1.6%	-0.5%	-0.6%	-1.0%	-1.2%	-0.7%	-0.3%	0.1%	0.3%	-0.8%	-0.6%
2006q3	-3.3%	-0.6%	-1.9%	-0.7%	-0.9%	-1.3%	-1.5%	-1.0%	-0.5%	0.0%	0.2%	-1.0%	-0.9%
2006q4	-3.2%	-0.9%	-2.0%	-0.9%	-0.7%	-1.2%	-1.3%	-0.8%	-0.3%	0.1%	-0.1%	-1.0%	-0.9%
2007q1	-2.7%	-0.7%	-1.7%	-0.8%	0.0%	-0.4%	-0.5%	0.0%	0.5%	0.1%	0.5%	-0.5%	-0.4%
2007q2	-1.5%	0.1%	-0.8%	-0.2%	2.1%	1.6%	1.6%	2.1%	2.7%	0.1%	1.3%	0.8%	1.3%
2007q3	0.9%	2.1%	0.7%	1.0%	2.5%	2.1%	2.1%	2.5%	3.1%	0.0%	1.3%	1.7%	2.1%
2007q4	1.7%	2.6%	2.3%	2.4%	2.6%	2.1%	2.2%	2.6%	3.2%	0.0%	1.3%	2.1%	2.3%
2008q1	2.1%	2.6%	3.4%	3.6%	3.9%	3.4%	3.6%	3.9%	4.6%	0.1%	1.1%	2.9%	3.4%
2008q2	3.7%	3.9%	3.8%	4.0%	4.0%	3.6%	3.8%	4.0%	4.7%	0.2%	0.7%	3.3%	3.8%
2008q3	4.1%	4.1%	3.1%	3.2%	1.8%	1.4%	1.8%	1.8%	2.5%	0.2%	0.3%	2.2%	1.8%
2008q4	2.2%	1.8%	1.7%	1.5%	-1.1%	-1.4%	-0.9%	-1.0%	-0.3%	0.2%	-0.9%	0.2%	-0.3%
2009q1	-0.4%	-1.0%	0.0%	-0.6%	-2.9%	-3.3%	-2.6%	-2.9%	-2.2%	0.3%	-1.6%	-1.6%	-1.6%
2009q2	-2.1%	-2.9%	-1.4%	-2.3%	-2.8%	-3.0%	-2.3%	-2.8%	-2.1%	0.2%	-1.7%	-2.1%	-2.3%
2009q3	-1.7%	-2.8%	-2.0%	-2.9%	-2.0%	-2.2%	-1.3%	-2.0%	-1.3%	0.3%	-1.1%	-1.7%	-2.0%
2009q4	-0.7%	-2.0%	-1.8%	-2.4%	-1.9%	-2.1%	-1.0%	-1.8%	-1.1%	0.3%	-0.1%	-1.3%	-1.8%
2010q1	-0.4%	-1.8%	-1.0%	-1.1%	0.3%	0.1%	1.3%	0.3%	1.0%	0.2%	0.5%	0.0%	0.2%
2010q2	1.9%	0.3%	0.1%	0.1%	0.3%	0.2%	1.5%	0.4%	1.1%	0.2%	0.9%	0.6%	0.3%
2010q3	2.1%	0.4%	0.9%	0.7%	0.3%	0.2%	1.6%	0.3%	1.0%	0.2%	0.5%	0.8%	0.5%
2010q4	2.2%	0.3%	1.3%	0.7%	0.5%	0.4%	2.0%	0.5%	1.2%	0.3%	0.4%	0.9%	0.5%
2011q1	2.5%	0.5%	1.1%	0.4%	0.1%	0.0%	1.7%	0.1%	0.7%	0.2%	0.4%	0.7%	0.4%
2011q2	2.2%	0.1%	0.7%	0.3%	0.2%	0.1%	2.1%	0.3%	0.9%	0.2%	0.2%	0.6%	0.3%
2011q3	2.4%	0.2%	0.1%	0.5%	0.3%	0.3%	2.4%	0.4%	1.0%	0.2%	0.5%	0.8%	0.4%
2011q4	2.5%	0.4%	-0.2%	0.9%	0.7%	0.7%	3.0%	0.8%	1.4%	0.2%	0.0%	0.9%	0.7%
2012q1	2.9%	0.8%	-0.3%	1.1%	0.4%	0.4%	2.8%	0.4%	1.0%	0.0%	0.0%	0.9%	0.4%
2012q2	2.5%	0.4%	-0.2%	1.1%	1.5%	1.4%	4.0%	1.5%	2.1%	0.0%	1.2%	1.4%	1.4%
2012q3	3.6%	1.5%	0.0%	1.0%	0.2%	0.2%	2.9%	0.2%	0.8%	-0.2%	0.3%	1.0%	0.3%
2012q4	2.2%	0.2%	0.2%	1.0%	0.4%	0.4%	3.4%	0.5%	1.0%	-0.3%	0.3%	0.9%	0.4%
2013q1	2.3%	0.5%	0.3%	1.3%	1.8%	1.7%	4.8%	1.8%	2.3%	-0.3%	1.5%	1.6%	1.7%
2013q2	3.4%	1.8%	0.3%		1.9%	1.9%	5.1%	1.9%	2.5%	-0.3%	1.2%	2.0%	1.9%
2013q3	3.4%	2.0%	0.1%		2.0%	2.0%	5.4%	2.0%	2.5%	-0.2%	1.4%	2.1%	2.0%
2013q4	3.2%	2.1%	-0.2%		0.9%	0.9%	4.4%	0.9%	1.4%	-0.2%	0.2%	1.4%	0.9%
2014q1	1.8%	0.9%	-0.5%		-0.6%	-0.6%	3.1%	-0.6%	-0.1%	-0.2%	-1.0%	0.2%	-0.4%
2014q2	0.1%	-0.5%	-0.9%		-0.6%	-0.6%	3.2%	-0.6%	-0.1%	-0.2%	-0.8%	-0.1%	-0.6%
2014q3	-0.2%	-0.5%	-1.3%		-1.2%	-1.2%	2.7%	-1.2%	-0.8%	-0.2%	-1.9%	-0.6%	-1.0%
2014q4	-1.2%	-1.1%	-1.6%		-1.3%	-1.3%	2.7%	-1.4%	-1.0%	-0.1%	-2.3%	-0.8%	-1.2%
2015q1	-1.6%	-1.3%	-1.5%		-1.5%	-1.5%	2.6%	-1.6%	-1.2%	0.1%	-2.9%	-1.0%	-1.5%
2015q2	-2.1%	-1.5%	-1.2%		-1.4%	-1.3%	2.9%	-1.5%	-1.1%	0.2%	-3.2%	-1.0%	-1.4%
2015q3	-2.4%	-1.4%	-0.6%		-0.7%	-0.7%	3.6%	-0.9%	-0.5%	0.1%	-2.9%	-0.6%	-0.7%
2015q4	-2.1%	-0.7%	0.1%		-1.0%	-0.9%	3.5%			0.1%	-3.4%	-0.5%	-0.8%
2016q1	-2.6%	-0.9%	0.8%									-0.9%	-0.9%

Nota: HP: Hodrick-Prescott; CF: Christiano-Fitzgerald; BK: Baxter-King; M1: curva de Phillips; M2: curva IS; M3: Ley de Okun; M4 y M5: modelos con información del sistema financiero; BQ: SVAR Blanchard-Quah; y Taylor: SVAR regla de Taylor.

	+2 desviaciones estándar
	0 desviaciones estándar
	-2 desviaciones estándar

**Tabla 10: Caracterización de los ciclos económicos (trimestres)**

<b>BOLIVIA</b>						
<b>Pico</b>	<b>Fondo</b>	<b>Contracción</b>	<b>Expansión</b>	<b>Ciclo</b>		
		<b>Pico-Fondo</b>	<b>Fondo previo a este pico</b>	<b>fondo-fondo</b>	<b>pico-pico</b>	
1991q3	1992q3	4				
1994q3	1996q1	6	8	14	12	
1998q1	1999q2	5	8	13	14	
2000q2	2001q2	4	4	8	9	
2002q3	2004q4	9	5	14	9	
2006q1	2007q1	4	5	9	14	
2008q2	2010q1	7	5	12	9	
2010q4	2012q2	6	3	9	10	
2014q3	2015q1	2	9	11	15	
2015q4			3		5	
<i>Promedio</i>		5.2	5.6	11.3	10.8	
<i>Mediana</i>		5.0	5.0	11.5	10.0	
<b>COLOMBIA</b>						
	2002q1					
2004q4	2005q4	4	11	15		
2007q4	2010q3	11	8	19	12	
2011q3	2012q4	5	4	9	15	
2014q1			5		10	
<i>Promedio</i>		6.7	7.0	14.3	12.3	
<i>Mediana</i>		5.0	6.5	15.0	12.0	
<b>ECUADOR</b>						
2000q4	2001q4	4				
2002q2	2003q2	4	2	6	6	
2004q4	2005q3	3	6	9	10	
2006q2	2007q2	4	3	7	6	
2008q4	2010q1	5	6	11	10	
2013q3			14		19	
<i>Promedio</i>		4.0	6.2	8.3	10.2	
<i>Mediana</i>		4.0	6.0	8.0	10.0	
<b>PERÚ</b>						
	1983q4					
1985q1	1985q4	3	5	8		
1987q3	1989q1	6	7	13	10	
1989q4	1990q3	3	3	6	9	
1991q3	1992q3	4	4	8	7	
1995q1	1996q2	5	10	15	14	
1997q2	1999q1	7	4	11	9	
1999q4	2000q4	4	3	7	10	
2003q1	2003q3	2	9	11	13	
2005q4	2006q3	3	9	12	11	
2008q2	2009q2	4	7	11	10	
2010q3	2011q2	3	5	8	9	
2013q3	2015q1	6	9	15	12	
2015q3			2		8	
<i>Promedio</i>		4.2	6.2	10.9	10.3	
<i>Mediana</i>		4.0	6.0	11.0	10.0	

**Tabla 11: Coeficiente de correlación entre los componentes cíclicos entre países.**

	<b>Bolivia</b>	<b>Colombia</b>	<b>Ecuador</b>	<b>Perú</b>
<b>Bolivia</b>	1.00			
<b>Colombia</b>	0.31	1.00		
<b>Ecuador</b>	0.24	0.48	1.00	
<b>Perú</b>	0.26	0.50	0.16	1.00

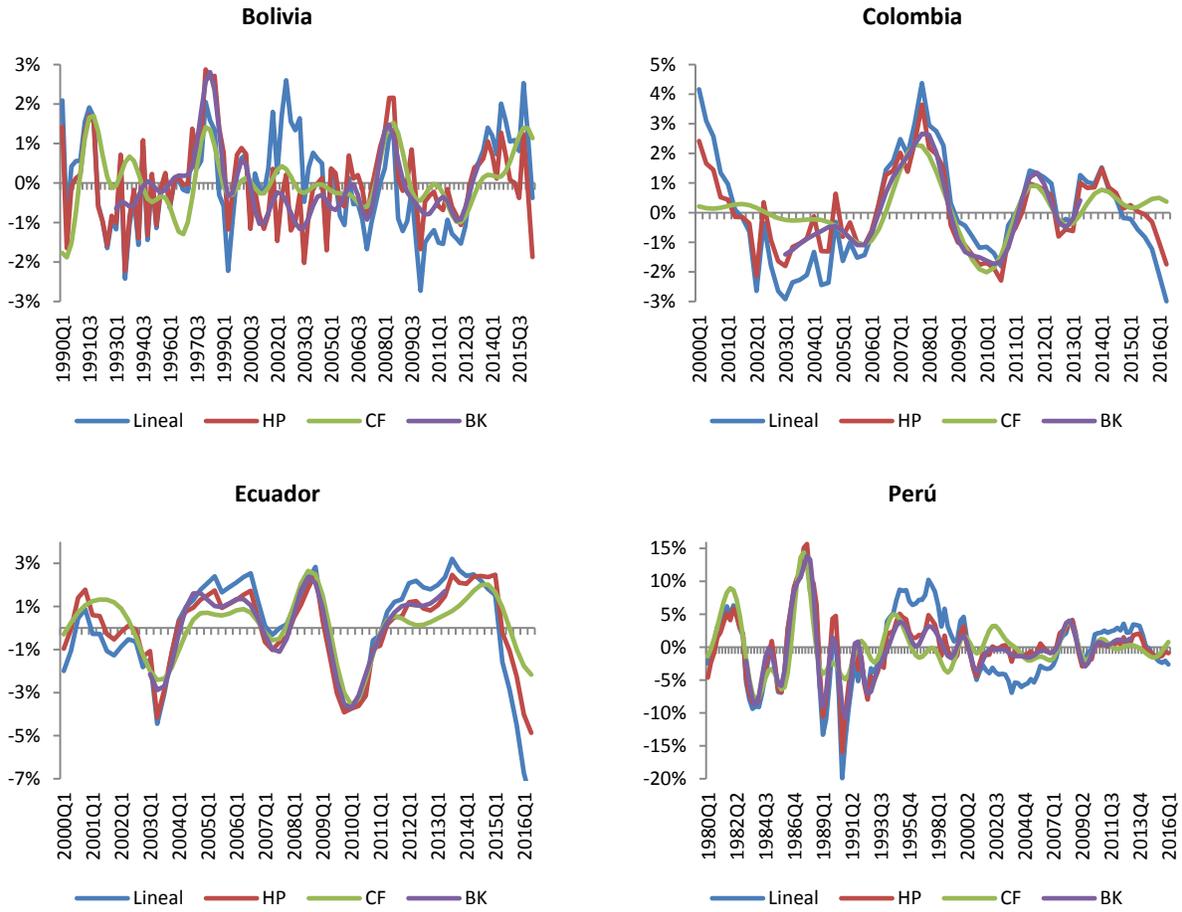
Nota: Para cada país se utilizó el componente cíclico mediano calculado entre las estimaciones de cada método

**Tabla 12: Análisis de Componentes Principales**

<b>Componente</b>	<b>Eigenvalue</b>	<b>Diferencia</b>	<b>Proporción</b>	<b>Acumulada</b>
<b>Componente 1</b>	1.98	1.14	0.49	0.49
<b>Componente 2</b>	0.84	0.07	0.21	0.71
<b>Componente 3</b>	0.78	0.37	0.19	0.90
<b>Componente 4</b>	0.40	.	0.10	1.00

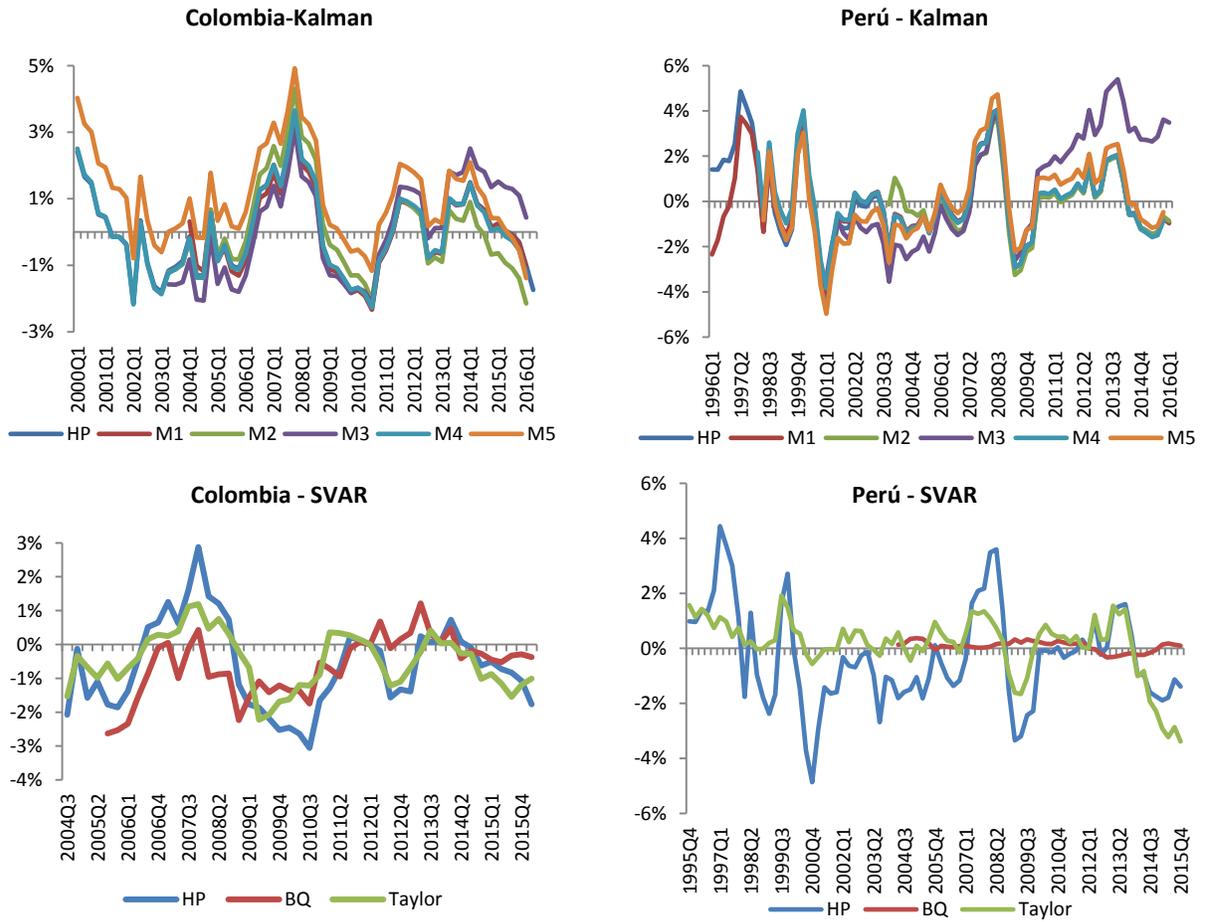
## Gráficos

### Gráfico 1: Brecha del PIB - Filtros Univariados



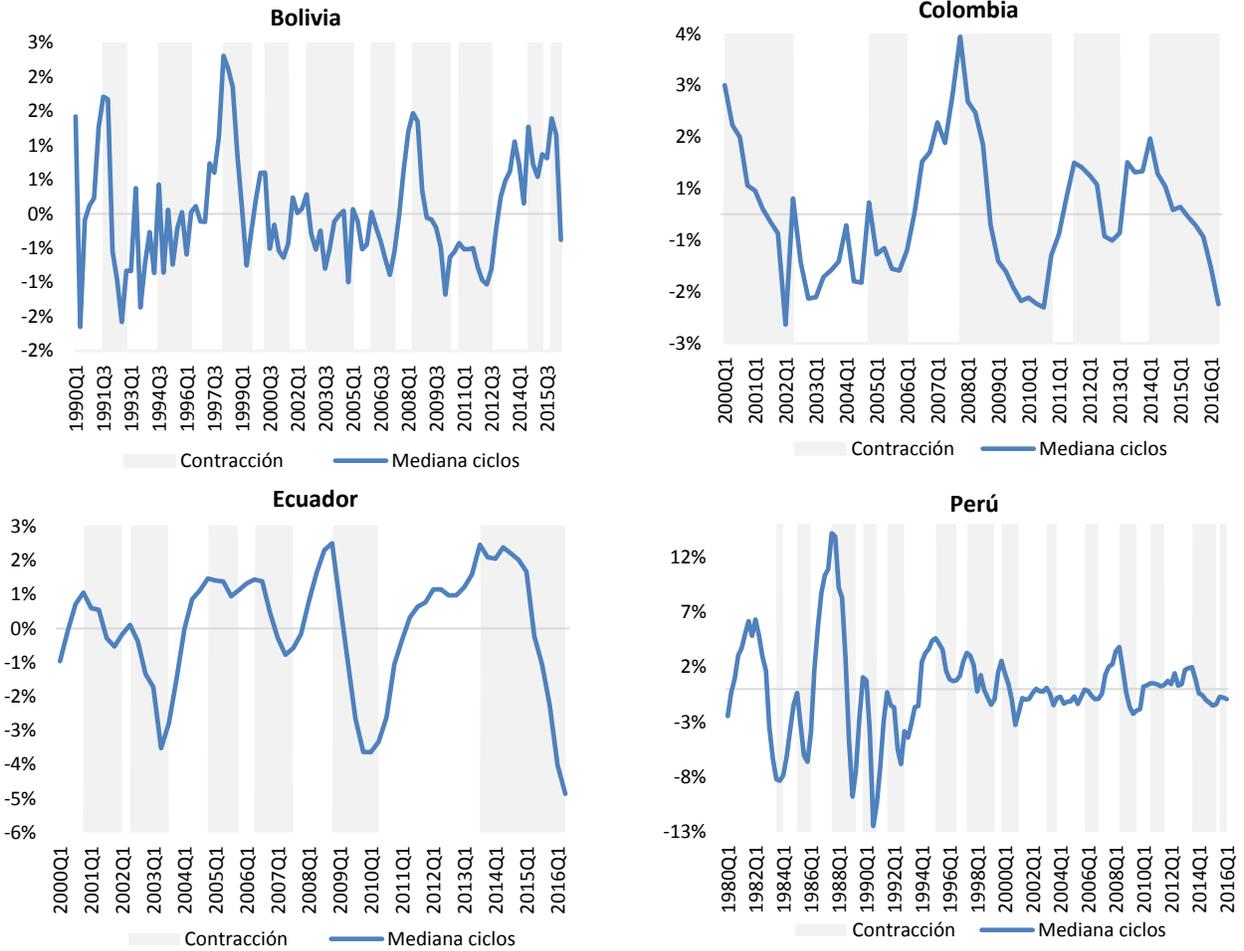
Fuente: Cálculos de los autores.

**Gráfico 2: Brecha del PIB - Filtros Multivariados**



Fuente: Cálculos de los autores.

**Gráfico 3: Brecha del PIB - Caracterización del ciclo**



Fuente: Cálculos de los autores usando la rutina sbbq.do.

Nota: Contracción se define como la fase del ciclo comprendida entre un pico y un fondo.

## Anexo 1: Métodos

En este anexo se presenta un breve resumen de las características más importantes de cada uno de los métodos que se aplicaron en esta nota y que han sido desarrollados y ampliamente analizados en la literatura que se referencia.

- **Métodos Univariados**

### Tendencia lineal

En el modelo 1 la tendencia,  $y_t^*$ , es calculada como la predicción de la regresión (ecuación (2)) del PIB con respecto al tiempo:

$$y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t \quad (2)$$

donde  $\beta$  es el coeficiente estimado de la pendiente de la tendencia, y  $\alpha$  una constante. Los errores,  $\varepsilon_t$ , corresponden al componente cíclico ( $y_t^c$ ), tienen media cero y varianza finita  $\sigma_\varepsilon^2$ .

### Filtro Hodrick–Prescott:

El segundo método para estimar la tendencia de la serie del PIB es el filtro Hodrick–Prescott (1997)<sup>10</sup>. Dado  $y_t$ , su componente tendencial es obtenido resolviendo el siguiente problema de optimización:

$$\text{Min}_{y_t^*} \left\{ \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^*) + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(y_{t+1}^* - y_t^*) - (y_t^* - y_{t-1}^*)]^2 \right\} \quad (3)$$

La primera parte de la ecuación (3) penaliza el componente cíclico mientras que la segunda parte de la ecuación penaliza las variaciones en la tasa de crecimiento. Entre más grande es  $\lambda$  más parsimonioso será el componente tendencial. Para una serie trimestral la literatura sugiere tomar un valor de  $\lambda$  igual a 1600.

### Filtros de Christiano-Fitzgerald y Baxter-King

Los siguientes dos modelos a presentar buscan extraer, de la serie temporal de interés, fenómenos periódicos que siguen un tipo de frecuencia determinada. Como lo explica Estrella (2007)<sup>11</sup> la solución ideal para la

---

<sup>10</sup> Hodrick, Robert, and Edward C. Prescott (1997), "Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation," *Journal of Money, Credit, and Banking*, 29 (1), 1–16.

<sup>11</sup> Estrella, 2007, *Extracting Business Cycle Fluctuations: What Do Time Series Filters Really Do?*, Staff Report of the Federal Reserve Bank of New York, no. 289.

extracción de la frecuencia es a través del filtro de *frequency domain (FD)*. Este filtro se define de la siguiente manera:

Para  $-\pi \leq w \leq \pi$ ,  $f(w)$  es una función tal que:

$$f(w) = \begin{cases} 0 & \text{if } |w| \leq w_0 \\ 1 & \text{if } w_0 \leq |w| \leq \pi \end{cases} \quad (4)$$

Luego, si  $F(L)$  es la transformación inversa de Fourier de  $f(w)$ , el componente cíclico de  $y_t$  es definido como:

$$c_t = F(L)y_t \quad (5)$$

donde  $c_t$  contiene componentes de frecuencia solo en el rango  $w_0 \leq |w| \leq \pi$ , con los mismos pesos que estos componentes tienen en  $y_t$ .  $F(L)$  es la presentación de dominio-tiempo del filtro de dominio de alta frecuencia  $f(w)$ , y sus coeficientes están dado por:

$$F(L) = 1 - \frac{w_0}{\pi} - \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\sin(w_0 h)}{\pi h} (L^h + L^{-h}) \quad (6)$$

En lugar de aplicar el filtro de dominio-tiempo (6), que en principio necesita una muestra infinita, un camino más directo para estimar  $c_t$  es tomar la transformación de Fourier de  $y_t$ , llamada  $\tilde{y}(w)$ , y calcular  $c_t$  como el inverso de la transformación inversa de Fourier del producto  $f(w)\tilde{y}(w)$ .

Los filtros de Christiano y Fitzgerald (2003)<sup>12</sup> y Baxter-King (1999)<sup>13</sup> dan ambos un dominio-tiempo que aproxima el filtro de dominio de frecuencia  $f(w)$ .

Baxter y King (BK) han definido un aproximación  $B(L)$  que es óptima en el sentido que minimiza la diferencia entre el dominio de frecuencia  $f(w)$  de la representación del filtro FD y el dominio de frecuencia  $b(w)$  de la representación de la aproximación. El objetivo es minimizar (7):

<sup>12</sup> Christiano, Lawrence J. and Terry J. Fitzgerald, 2003, The band pass filter, *International Economic Review* 44: 435-465.

<sup>13</sup> Baxter, Marianne and Robert G. King, 1999, Measuring business cycles: Approximate band-pass filters for economic time series, *The Review of Economics and Statistics* 81: 575-593.

$$\min \int_{-\pi}^{\pi} |f(w) - b(w)|^2 dw \quad (7)$$

donde  $f(w)$  es el filtro ideal y  $b(w)$  es el filtro aproximado. Luego, ecuación (7) es sujeta a diferentes restricciones:

-  $B(L)$  debe ser simétrico:

$$B(L) = b_0 + \sum_{h=1}^K b_h(L^h + L^{-h}) \quad (8) \quad - \text{La}$$

suma de sus coeficientes debe ser igual a cero:

$$B(1) = b_0 + 2 \sum_{h=1}^k b_h = 0 \quad (9)$$

- La solución del problema de optimización es

$$b_0 = 1 - \frac{w_0}{\pi} - \theta \quad (10)$$

$$b_h = -\sin(hw_0) / (h\pi) - \theta \quad (11)$$

Para  $h=1, \dots, K$ , donde  $\theta$  es elegido para satisfacer la condición (9). El componente cíclico de  $y_t$  es estimado como:

$$\hat{c}_t = B(L) y_t \quad (12)$$

Cabe notar que una desventaja del filtro Baxter-King es que por construcción no permite calcular valores en los extremos de la serie.

El filtro de Christiano y Fitzgerald, aproxima el filtro de dominio de frecuencia  $f(w)$ . Es un filtro parecido al filtro de Baxter y King, pero la diferencia es que el cuadrado de la diferencia entre los dos filtros está ponderado por el espectro de  $y$ :

$$\min \int_{-\pi}^{\pi} |f(w) - c(w)|^2 S_{yy}(w) dw \quad (13)$$

donde  $f(w)$  es el filtro ideal y  $c(w)$  es el filtro aproximado. Como en el filtro BK la suma de los coeficientes del dominio-tiempo debe ser igual a cero, pero en este caso no existe una restricción de simetría impuesta a los coeficientes de  $y_t$ .

Para ambos filtros, los parámetros utilizados fueron frecuencias con un mínimo de 6 trimestres y máximo de 32 de trimestres, y una ventana de promedio móvil de orden 12.

- **Métodos multivariados**

### Vector Autoregresivo Estructural (SVAR)- Blanchard y Quah (1989)

Este método está basado en el modelo de Blanchard y Quah (1989). La representación MA<sup>14</sup> de un VAR<sup>15</sup> estructural con dos variables está dada como:

$$\begin{bmatrix} dy_t \\ du_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11}(L) & A_{21}(L) \\ A_{21}(L) & A_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ot} \\ v_{dt} \end{bmatrix} \quad (14)$$

donde  $dy_t$  es la tasa de variación del logaritmo natural PIB,  $du_t$  es la la tasa de desempleo.  $v_{ot}$  y  $v_{dt}$  son los choques estructurales de oferta y de demanda y no correlacionados entre sí.  $A(L)$  es una matriz polinomial de dimensión 2x2 del operador de rezagos  $L$ , y  $K_1$  y  $K_2$  son constantes. El modelo puede también ser escrito en forma compacta como:

$$x_t = k + AL(L)v_t \quad (15)$$

donde  $x_t = [dy_t \quad du_t]$  es el vector de las variables endógenas y  $v_t = [v_{ot} \quad v_{dt}]$  es el vector de los choques. Las restricciones están definidas según la hipótesis que los choques de demanda sólo impactan en el PIB a corto tiempo mientras que los choques de oferta afectan al PIB a largo plazo. Los choques estructurales (que no son observados) son deducidos de los errores del SVAR en su representación reducida. La representación de este modelo es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} dy_t \\ du_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varphi_{11}(L) & \varphi_{21}(L) \\ \varphi_{21}(L) & \varphi_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy_t \\ du_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{ot} \\ \varepsilon_{dt} \end{bmatrix} \quad (16)$$

La forma compacta de este modelo es:

$$x_t = \varphi_0 + \varphi_1(L)x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (17)$$

donde  $\varepsilon_t = [\varepsilon_{ot} \quad \varepsilon_{dt}]$  es el vector de los errores con matriz de variancia-covariancia  $\sum_{\varepsilon} = E(\varepsilon_t \varepsilon_t')$ . Si el proceso es invertible su representación MA es la siguiente:

---

<sup>14</sup> Medias móviles.

<sup>15</sup> Vectores autoregresivos.

$$x_t = K + C(L)\varepsilon_t \quad (18)$$

donde  $K = (I - \varphi_1)^{-1}\varphi_0$  y  $C(L) = (I - \varphi_1(L)L)^{-1}$ . Bajo la hipótesis de que las innovaciones son combinaciones lineales de los choques estructurales, luego igualando (15) y (18) se tiene:

$$K + A(L)v_t = K + C(L)\varepsilon_t \quad (19)$$

Para  $L = 0$ , se tiene  $C(0) = I$ , luego los choques estructurales  $v_t$  y los choques de la forma reducida  $\varepsilon_t$  están relacionados de la siguiente manera:

$$A(0)v_t = \varepsilon_t \quad (20)$$

donde  $E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = A(0)E(v_t v_t')A(0)' = \Sigma_\varepsilon$ , con la siguiente representación:

$$\Sigma_\varepsilon = \begin{bmatrix} A_{11}(0)^2 + A_{12}(0)^2 & A_{11}(0)A_{21}(0) + A_{12}(0)A_{22}(0) \\ A_{11}(0)A_{21}(0) + A_{12}(0)A_{22}(0) & A_{21}(0)^2 + A_{22}(0)^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Para recobrar la forma estructural de los choques necesitamos conocer los coeficientes de la matriz  $A(0)$ . Esta matriz expresa los efectos contemporáneos de los choques estructurales sobre las variables consideradas. Para identificar los 4 coeficientes de  $A(0)$  las restricciones siguientes son impuestas:

$$Var(\varepsilon_{yt}) = A_{11}(0)^2 + A_{12}(0)^2 \quad (22)$$

$$Var(\varepsilon_{et}) = A_{21}(0)^2 + A_{22}(0)^2 \quad (23)$$

$$Cov(\varepsilon_{yt}\varepsilon_{et}) + A_{11}(0)A_{21}(0) + A_{12}(0)A_{22}(0) \quad (24)$$

$$C_{11}(L)A_{12}(0) + C_{12}(L)A_{22}(0) = 0 \quad (25)$$

Las tres primeras restricciones provienen de la ecuación (21), la última es obtenida de la teoría, se supone que los choques de demanda agregada no tienen efecto permanente sobre el PIB. Para descomponer el PIB entre ciclo y tendencia, obtenemos la brecha del PIB,  $dy_t^{gap}$ , agregando los choques de demanda. Para obtener el componente potencial,  $dy_t^p$ , se utilizan los choques de oferta que son agregados. A partir de (15) y sabiendo que  $C(L)A(0) = A(L)$ , se tiene:

$$x_t = K + A(L)v_t = K + C(L)A(0)v_t = K + \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_1^i L^i A(0)v_t = K + \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_1^i A(0)v_{t-i} \quad (26)$$

Si se considera sólo la primera variable, se tiene:

$$dy_t = K_1 + A_{11}(L)v_{ot} + A_{12}(L)v_{dt}$$

$$= K_1 + A_{11}(0)v_{ot} + A_{12}(0)v_{dt} + A_{11}(1)v_{ot} + A_{12}(1)v_{dt} + A_{11}(2)v_{ot} + A_{12}(2)v_{dt} + \dots \quad (27)$$

De este modo, la tasa de PIB potencial está dada por:

$$\begin{aligned} dy_t^{pot} &= K_1 + A_{11}(L)v_{ot} = K_1 + A_{11}(0)v_{ot} + A_{11}(1)v_{ot} + A_{11}(2)v_{ot} + \dots \\ &= K_1 + A_{11}(0) \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_{11}^i v_{st-i} \end{aligned} \quad (28)$$

De igual modo la brecha en el producto está dada por:

$$\begin{aligned} dy_t^{cic} &= A_{11}(L)v_{dt} = K_1 + A_{12}(0)v_{dt} + A_{12}(1)v_{dt} + A_{12}(2)v_{dt} + \dots \\ &= A_{12}(0) \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_{12}^i v_{dt-i} \end{aligned} \quad (29)$$

### Vector Autorregresivo Estructural (SVAR)- Regla de Taylor

En este modelo se corre un SVAR entre  $dy_t$ , la tasa de inflación ( $\pi$ ) y la tasa de interés activa ( $i$ ). Siguiendo a Bullard y Keating (1995) y Lemoine et al (2008), el choque en la tasa de inflación refleja choques a los fundamentos que afectan los costos de transacción y tienen un impacto de largo plazo sobre la inflación y el PIB. Luego, se incorpora la tasa de interés<sup>16</sup>. Se supone que la misma tiene solo impacto de corto plazo sobre la inflación y el PIB<sup>17</sup>. En este sentido, el banco central modifica la tasa de interés reaccionando a las desviaciones del PIB y la tasa de inflación respecto a sus tendencias de largo plazo.

Por simplicidad, y dado que el mecanismo es el mismo que en el modelo anterior, se expone solo el modelo estructural. Así, la representación MA del SVAR está dada por:

$$\begin{bmatrix} \pi_t \\ dy_t \\ i_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{1,1} & 0 & 0 \\ c_{2,1} & c_{2,2} & 0 \\ c_{3,1} & c_{3,2} & c_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\pi t} \\ v_{ot} \\ v_{dt} \end{bmatrix}$$

De igual modo la brecha en el producto está dada de nuevo por la ecuación (29):

$$dy_t^{cic} = A_{11}(L)v_{dt} = K_1 + A_{12}(0)v_{dt} + A_{12}(1)v_{dt} + A_{12}(2)v_{dt} + \dots$$

<sup>16</sup> Se utiliza la tasa de interés activa como proxy de la tasa de política, dado que esta última muestra poca variabilidad en el tiempo.

<sup>17</sup> La representación de largo plazo del modelo es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \pi_t \\ y_t \\ i_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & 0 & 0 \\ c_{2,1} & c_{2,2} & 0 \\ c_{3,1} & c_{3,2} & c_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^y \\ \varepsilon_t^i \end{bmatrix}$$

Donde  $\pi, y, i$  representan la tasa de inflación, la variación del logaritmo del PIB y la tasa de interés activa (todas con media cero).  $\varepsilon_t^\pi, \varepsilon_t^y, \varepsilon_t^i$  denotan los choques estructurales con distribución  $N \sim (0, \Sigma)$ .

$$= A_{12}(0) \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_{12}^i v_{dt-i}$$

Operativamente, para ambos modelos de SVAR, y dado que la suma de las *irfs*<sup>18</sup> son arbitrarias y debido a la disponibilidad de datos para obtener la brecha del PIB se procede de la siguiente manera: primero, la suma es acotada a catorce periodos atrás; y segundo, se identificó un periodo donde el producto esté cerca de su tendencia de largo plazo y la tasa de política esté en una posición neutra.

### Filtro de Kalman

#### Modelo univariado

El primer modelo de *state-space* es la aproximación del Filtro HP:

$$y_t = y_t^* + y_t^c \quad (30)$$

$$y_t^* = y_{t-1}^* + g_{t-1} \quad (31)$$

$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad (32)$$

$$y_t^c = \varepsilon_t^c \quad (33)$$

Las variables  $y_t^c$  y  $g_t$  son el componente cíclico y el crecimiento de la tendencia de  $y_t$ , respectivamente.  $\varepsilon_t^c$  y  $\varepsilon_t^g$  son los términos de error con media 0 y de variancia  $\sigma_c^2$  y  $\sigma_g^2$ . La suavidad de la tendencia es controlada restringiendo a que la variancia relativa entre  $\varepsilon_t^c$  y  $\varepsilon_t^g$  ( $\sigma_c^2/\sigma_g^2$ ) sea igual a  $\lambda = 1600$ . El sistema (30)-(33) puede ser estimado por máxima verosimilitud usando el filtro de Kalman, la ecuación (30) es la ecuación observada y las ecuaciones (31)-(33) representan las ecuaciones de estado.

### Curva de Phillips

Los filtros univariados pueden ser mejorados incorporando información relacionada con la teoría macroeconómica como la curva de Philips, la ley de Okun o la curva IS. Además la utilización de relaciones macroeconómicas permite corregir el sesgo de fin de muestra.

En este modelo añadimos la curva de Phillips rezagada como segunda ecuación observada del modelo anterior.

---

<sup>18</sup> Función de impulso-respuesta: notar que ecuaciones (28) y (29) están caracterizadas como *irfs*.

$$\hat{\pi}_t = \alpha^\pi \hat{\pi}_{t-1} + \sum_{q=0}^1 \alpha_q^y (y_{t-q} - y_{t-q}^*) + x'_{1,t} \alpha + \varepsilon_t^\pi \quad (34)$$

Donde,  $\hat{\pi}_t$  es la desviación de la meta de la tasa de inflación y  $x_{1,t}$  es un vector que contiene otros determinantes de la tasa de inflación (crecimiento de M2 y tasa de variación del tipo de cambio nominal).  $\varepsilon_t^\pi$  es un proceso de ruido blanco con media 0 y variancia  $\sigma_\pi^2$ . De esta manera, el modelo 7 es descrito por las ecuaciones (30) a (34).

### Curva de Phillips + curva IS

Para este modelo se añade al modelo anterior, una versión reducida de la curva IS:

$$y_t^c = \beta^r (r_{t-1} - r_{t-1}^*) + \beta^y y_{t-1}^c + x'_{2,t} \beta + \varepsilon_t^y \quad (35)$$

donde  $r$  es la tasa de interés real de política monetaria<sup>19</sup> y  $r^*$  es la tasa de interés real neutral. El vector de otras variables explicativas,  $x'_{2,t}$ , es igual a  $x'_{1,t}$ . El término  $\varepsilon_t^y$  es un proceso de ruido blanco con media 0 y variancia  $\sigma_y^2$ . Siguiendo a Fuentes et. al (2007); asumimos que  $r^*$  es determinada por la siguiente ecuación:

$$r_t^* = c g_t + \varepsilon_t^r \quad (36)$$

donde  $\varepsilon_t^r$  es un residuo con media 0 y variancia  $\sigma_r^2$ . En este modelo también imponemos que la variancia relativa  $\sigma_y^2/\sigma_r^2$  sea igual a  $\lambda$ . Fuentes et. al (2007) plantean que este modelo, dado por las ecuaciones (30) a (36), forman un modelo macroeconómico semi-estructural que incorpora teoría económica que ayuda a identificar las variables no observables.

### Curva de Phillips + ley de Okun

Finalmente en este modelo se incorpora información del mercado laboral. En lugar de incorporar la curva IS (ecuaciones (35) y (36)), este modelo incorpora la ley de Okun y una ecuación de transición para la NAIRU<sup>20</sup> ( $u_t^*$ ):

$$(u_t - u_t^*) = \beta^u (y_{t-1} - y_{t-1}^*) + \varepsilon_t^u \quad (37)$$

$$u_t^* = u_{t-1}^* + \varepsilon_t^{u^*} \quad (38)$$

<sup>19</sup> Tasa de interés nominal de política monetaria deflactada por la tasa de inflación.

<sup>20</sup> Tasa de desempleo no aceleradora de la inflación por su sigla en inglés.

El modelo 9 está formado por las ecuaciones (30) a (34) y (37) a (38). Los términos  $\varepsilon_t^u$  y  $\varepsilon_t^{u*}$  son residuos con media 0 y varianzas  $\sigma_u^2$  y  $\sigma_{u^*}^2$ , respectivamente. La suavidad de la tendencia es controlada imponiendo que la varianza relativa  $\sigma_u^2/\sigma_{u^*}^2$  sea igual a  $\lambda$ .

### Modelos con información financiera

#### Modelo con crédito y precio de la vivienda

El siguiente modelo es una adaptación de los filtros de Kalman anteriormente estimados, pero a la luz de lo tratado en Borio (2012) y Borio et al (2013). Así, al modelo univariado, se le añaden las siguientes ecuaciones:

$$(cred_t - cred_t^*) = \beta^{cred}(y_{t-1} - y_{t-1}^*) + \varepsilon_t^{cred} \quad (39)$$

$$cred_t^* = cred_{t-1}^* + \varepsilon_t^{cred*} \quad (40)$$

$$(pv_t - pv_t^*) = \beta^{pv}(y_{t-1} - y_{t-1}^*) + \varepsilon_t^{pv} \quad (41)$$

$$pv_t^* = pv_{t-1}^* + \varepsilon_t^{pv*} \quad (42)$$

Donde  $cred$  y  $pv$  representan el crédito al sector privado y el precio de la vivienda en términos reales, y las variables con  $*$ , representan sus valores potenciales. El modelo se completa con las ecuaciones (30) a (34).

#### Modelo de Borio et al (2013)

El segundo modelo se encuentra en Borio et al (2013). A las ecuaciones (30) a (34), se le añade la siguiente:

$$(y_{t-1} - y_{t-1}^*) = \beta^r r_t + \beta^{pv} \Delta pv_t + \beta^{cred} \Delta cred_t \quad (43)$$

Donde el operador de diferencias,  $\Delta$ , denota la primera diferencia de las variables ajustadas por la media (*Cesareo mean adjustment*).

### Anexo 2: Cálculo del “half life”

El *half life* de una variable aleatoria estacionaria  $y_t$  está definida como el tiempo en que:

$$E(y_{t+k}) = \frac{1}{2}y_t$$

Si la variable sigue un proceso autorregresivo de orden 1,  $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ , el valor esperado de  $y_t$  luego de  $k$  periodos es igual a:

$$E(y_{t+k}) = \rho^k y_t$$

Entonces el *half-life* esté definido como el número de  $k$  periodos tales que:

$$\rho^k y_t = \frac{1}{2}y_t$$

entonces,

$$k = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln(\rho)}$$